

UNIDADE 1

TÓPICOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

1- INTRODUÇÃO

Olá!

Você que está iniciando o ensino médio e necessita fazer uma revisão daquilo que é estudado no Ensino Fundamental e que será necessário para continuarmos este curso juntos. Não é nosso objetivo estudarmos a fundo cada tópico, mas apenas revisar e exercitar os conceitos e as técnicas que os alunos mais têm dificuldade e que são de grande utilidade tanto no cotidiano quanto na compreensão das ideias e conceitos mais avançados que serão apresentados nos capítulos futuros.

Vamos lá?

2- OPERAÇÕES BÁSICAS

Trataremos de cinco das seis operações básicas existentes: ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO, MULTIPLICAÇÃO, DIVISÃO E POTENCIAÇÃO. Iniciaremos uma abordagem de cada uma delas primeiramente com números inteiros e logo após com números não inteiros (“quebrados”).

2.1- Adição

A adição é uma propriedade onde juntamos os elementos de dois ou mais conjuntos, formando um novo conjunto. Algumas propriedades da adição são de boa utilidade prática:

a) Comutatividade

Se mudarmos as parcelas de lugar na adição, o resultado não se altera.

$$7 + 3 = 10$$

$$3 + 7 = 10$$

b) Associação

As parcelas numa adição podem ser somadas de maneiras diferentes, e o resultado não se altera.

$$(5 + 2) + 6 = 13$$

$$5 + (2 + 6) = 13$$

c) Elemento Neutro

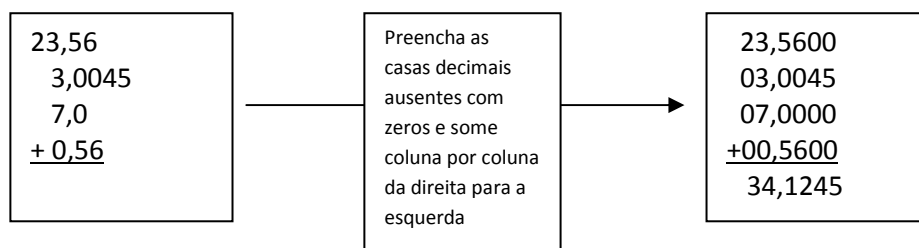
Na adição, o zero é considerado elemento neutro, assim, qualquer número adicionado ao zero tem como resultado o próprio número.

$$0 + 7 = 7$$

$$2 + 0 = 2$$

Obs.: Muitas vezes utilizaremos soma com números não inteiros, como $23,56 + 3,0045 + 7 + 0,56$. Como proceder?

Monte as parcelas na vertical, uma sobre a outra de modo que as vírgulas (ponto decimal) fiquem sempre sobre uma mesma linha vertical. Lembre que $7 = 7,0$:



2.2- Subtração

Um estádio de futebol colocou à venda 3.950 ingressos de um clássico. Até agora já foram vendidos 700 ingressos. Quantos ingressos ainda têm à venda?

Para resolvermos este problema, vamos usar a ideia de completar, então temos que calcular a diferença de ingressos à venda e a quantidade de ingressos que já foram vendidos:

3.950 → minuendo

- 700 → subtraendo

—

3.250 → diferença

No entanto, observe estas subtrações e tente resolvê-las em uma folha:

$$80 - 95$$

$$38 - 45$$

$$97 - 110$$

$$29 - 56$$

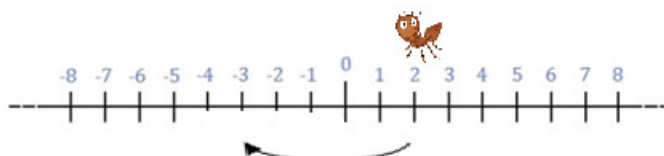
$$87 - 92$$

Você percebeu que o primeiro número é menor que o segundo.

No conjunto dos números naturais, a diferença só existe quando o primeiro número (minuendo) for maior ou igual ao segundo número (subtraendo), mas para números inteiros podemos considerar dois tipos de números: os positivos e os negativos. Podemos visualizá-los numa reta onde à esquerda do zero temos os números negativos e à direita os positivos.



Exemplo: Se uma formiga que se situa no ponto 2 de uma reta decide se deslocar para a esquerda 5 unidades onde ela se encontrará?



No desenho, se andarmos cinco casas para a esquerda acabaremos no ponto -3. Esta operação pode ser interpretada por: $2 - 5 = -3$

Para este tipo de subtração obedecemos às seguintes regras operatórias:

- * **Sinais diferentes: subtrai e conserva o sinal do maior módulo.**
- * **Sinais iguais: soma e conserva o sinal.**

→ Operações sem parênteses:

$$+ 10 - 7 = + 3 \text{ (Sinais diferentes: subtrai e conserva o sinal do maior módulo)}$$

$$- 3 - 3 = - 6 \text{ (Sinais iguais: soma e conserva o sinal)}$$

$$+ 20 - 30 = - 10 \text{ (Sinais diferentes: subtrai e conserva o sinal do maior módulo)}$$

- $-12 + 3 = -9$ (Sinais diferentes: subtrai e conserva o sinal do maior módulo)
- $-9 + 9 = 0$ (Operação entre números opostos, resultado sempre será 0)
- $-25 + 24 = -1$ (Sinais diferentes: subtrai e conserva o sinal do maior módulo)

→ Operações com parênteses

Nesse caso, as operações de subtração podem ser resolvidas eliminando os parênteses, isso será feito aplicando algumas regras que envolvem jogo de sinal, observe:

+	(+)	=	+
+	(-)	=	-
-	(+)	=	-
-	(-)	=	+

Eliminado os parênteses, passa a valer as regras operatórias:

$$(+10) - (-23) = +10 + 23 = +33$$

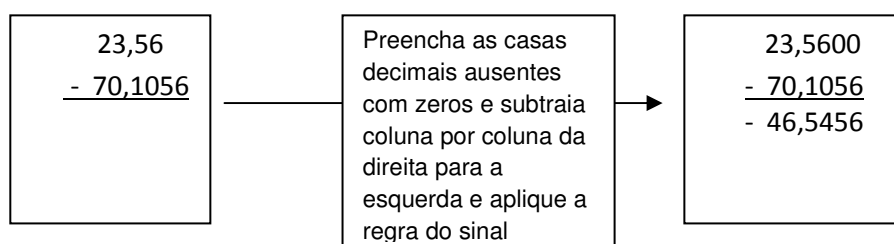
$$(+20) - (+12) = +20 - 12 = +8$$

$$(-32) + (-5) = -32 - 5 = -37$$

$$(-27) - (-30) = -27 + 30 = +3$$

Obs.: Muitas vezes utilizaremos subtração de números não inteiros, como: **23,56 - 70,1056**. Como proceder?

Monte as parcelas na vertical, uma sobre a outra de modo que as vírgulas (ponto decimal) fiquem sempre sobre uma mesma linha vertical.



2.3 Multiplicação

Já a multiplicação envolvendo números inteiros positivos e negativos deverá respeitar algumas regras envolvendo jogo de sinais.

a) Produto de dois números inteiros com sinais diferentes.

Quando realizamos a multiplicação:

5×6 é o mesmo que $6 + 6 + 6 + 6 + 6$. Então, para multiplicarmos dois números inteiros com sinais diferentes, iremos utilizar a mesma ideia.

$$(+5) \cdot (-2)$$

$$(-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) \text{ (Escrevendo uma adição de parcelas iguais)}$$

$$-2 - 2 - 2 - 2 - 2 = -10 \text{ (Simplificando a escrita e calculando o resultado)}$$

$$(+5) \cdot (-2) = -10$$

O produto de dois números inteiros, diferente de zero, e de sinais diferentes é um número inteiro de valor absoluto igual ao produto dos valores absolutos dos fatores e sinal negativo (-).

b) Qualquer número multiplicado por zero é zero

$$0 \cdot 3 = 0$$

$$2,56790 \cdot 0 = 0$$

$$-345342,567 \cdot 0 = 0$$

c) Produto de dois números inteiros com sinais iguais

Nesse caso há duas possibilidades: dos fatores serem positivos ou dos fatores serem negativos.

Vamos calcular o produto de $(+ 8) \cdot (+5) = + 40$

Vamos calcular o produto de $(- 6) \cdot (- 15) = + 90$

O produto de dois números inteiros diferentes de zero e de sinais iguais é um número inteiro de:

Valor absoluto igual ao produto dos valores absolutos dos fatores e sinal positivo (+).

d) Elemento Neutro

O elemento neutro da multiplicação é 1 ou + 1.

Pois qualquer número inteiro multiplicado por 1 (positivo) será ele mesmo.

Exemplo:

$$(- 4) \cdot 1 = - 4$$

$$(+ 5) \cdot (+ 1) = 5$$

$$(-10) \cdot (+1) = - 10$$

$$(+ 9) \cdot (1) = + 9$$

A multiplicação dos números inteiros é mais simples que a adição e subtração, pois basta multiplicarmos os valores absolutos e o sinal fica conforme a regra:

$(+) \cdot (+) = +$
$(+) \cdot (-) = -$
$(-) \cdot (+) = -$
$(-) \cdot (-) = +$

Obs.: Multiplicação com números não inteiros: opera-se a multiplicação normalmente esquecendo-se as vírgulas. O número de casas decimais após a vírgula deve ser igual à soma das casas decimais das parcelas.

$$2,34 \cdot 3,5$$

$\begin{array}{r} 2,34 \rightarrow 2 \text{ casas decimais} \\ \times 3,5 \rightarrow 1 \text{ casas decimais} \\ \hline 1170 \\ + 702 \\ \hline 8190 \rightarrow 3 \text{ casas decimais} \end{array}$	$\rightarrow$	$8,190 = 8,19$
---	---------------	----------------

Logo $2,34 \cdot 3,5 = 8,19$

2.4 Divisão

Na divisão utilizamos praticamente o mesmo método da multiplicação. Devemos, em primeiro lugar, lembrarmos o jogo de sinais:

- **Divisão de números com mesmo sinal = +**

- **Divisão de números com sinais diferentes = -**

Obs. 1: Numa divisão exata de dois números inteiros, o quociente é um número inteiro e o resto é igual a zero.

$$\begin{array}{r} \text{Dividendo} \quad | \quad \text{divisor} \\ 0 \quad \quad \quad | \quad \quad \quad \\ \hline \text{quociente} \end{array}$$

Obs. 2: Numa divisão inexata haverá sempre um resto não nulo sempre menor que o divisor:

$$\begin{array}{r} \text{Dividendo} \quad | \quad \text{divisor} \\ \text{Resto} \quad \quad | \quad \text{quociente} \\ 77 \quad \quad \quad | \quad 3 \\ \hline 2 \quad \quad \quad 25 \end{array}$$

PORTANTO: $77 = 25 \cdot 3 + 2$

Obs. 3: Na divisão acima, caso queiramos continuar, acrescentamos um zero após o resto 2 e colocamos uma vírgula após o quociente 25. Dividimos então 20 por 3:

$$\begin{array}{r} 77 \quad | \quad 3 \\ 20 \quad 25, \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 77 \quad | \quad 3 \\ 20 \quad 25,6 \\ \hline 2 \end{array}$$

Obs. 4: Na operação de divisão acontece da mesma forma que na multiplicação, dividimos os valores absolutos e o sinal é conforme a regra:

$(-) \div (+) = -$ $(+) \div (+) = +$ $(-) \div (-) = +$
--

$$\begin{aligned} (-45) \div (+5) &= -9 \\ (-60) \div (-10) &= +6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (+45) \div (-5) &= -9 \\ (+60) \div (+10) &= +6 \end{aligned}$$

Obs. 5: Não existe divisão por zero. Exemplo: $15 \div 0$, pois não existe um número inteiro cujo produto por zero seja 15.

Obs. 6: Zero dividido por qualquer número é sempre zero. $0 \div 4 = 0$

2.5 Potenciação

Podemos dizer que potenciação representa uma multiplicação de fatores iguais, se temos a seguinte multiplicação: $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$, podemos representá-la usando a potência 2^6 , onde 2 é a base e 6 o expoente (Leia-se: dois elevado a sexta potência). O expoente possui um papel fundamental na potenciação, pois ele é quem define quantas vezes a base será multiplicada por ela mesma. Observe:

$$4^2 = 4 \times 4 = 16$$

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

$$10^2 = 10 \times 10 = 100$$

$$12^2 = 12 \times 12 = 144$$

$$6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$$

$$3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$$

$$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$$

2.5.1 Casos de potenciação

a) Todo número diferente de zero e elevado a zero é um.

$$\begin{array}{lll} 2^0 = 1 & 3^0 = 1 & 10,68^0 = 1 \\ 400000000^0 = 1 & (-125)^0 = 1 & \end{array}$$

b) Todo número diferente de zero e elevado a um é o próprio número

$$\begin{array}{lll} 2^1 = 2 & 3,007^1 = 3,007 & 15^1 = 15 \\ 2067309^1 = 2067309 & -12^1 = -12 & \end{array}$$

c) Base zero e qualquer número no expoente, o resultado será zero.

$$0^5 = 0 \quad 0^{12} = 0 \quad 0^{100} = 0$$

d) Toda potência de base "1" elevada a qualquer expoente possui como resultado o próprio valor 1, veja alguns exemplos abaixo:

$$\begin{array}{l} 1^2 = 1 \cdot 1 = 1 \\ 1^{12} = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1 \end{array}$$

e) Base negativa e expoente ímpar, resultado negativo.

$$\begin{array}{l} (-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = -27 \\ (-4)^5 = (-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4) = -1024 \\ (-2)^7 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = -128 \end{array}$$

f) Base negativa e expoente par, resultado positivo.

$$\begin{array}{l} (-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = + 16 \\ (-6)^2 = (-6) \times (-6) = + 36 \\ (-7)^2 = (-7) \times (-7) = + 49 \end{array}$$

2.5.2 Multiplicando potências de mesma base

Quando temos potências de mesma base sendo multiplicadas entre si devemos repetir a base dessas potências e somar todos os expoentes de cada potência, chegando a uma nova potência que poderá ser resolvida por alguma das propriedades citadas anteriormente. Veja alguns exemplos abaixo:

$$\begin{array}{l} 2^3 \cdot 2^5 \cdot 2^4 = 2^{3+5+4} = 2^{12} \\ 5^6 \cdot 5^{12} \cdot 5 = 5^{6+12+1} = 5^{19} \\ (-5)^2 \cdot (-5)^6 = (-5)^{2+6} = (-5)^8 \end{array}$$

2.5.3 Potência de uma potência

Pode haver de, em alguma questão, existir uma potência elevada a um expoente. A esse caso chamamos de potência de uma potência e para resolver basta mantermos a base e depois multiplicarmos os expoentes para acharmos a nova potência equivalente.

$$(2^2)^3 = (2^2) \cdot (2^2) \cdot (2^2) = 2^{2+2+2} = 2^{(2 \cdot 3)} = 2^6$$

****OBSERVAÇÃO:** Não confundir com o caso: 2^{2^3}
Neste caso, a base é 2 e o expoente é $2^3 = 8$
 $2^{2^3} = 2^8$

Desta forma:
 $(3^5)^2 = 3^{(5 \cdot 2)} = 3^{10}$
 $3^{5^2} = 3^{25}$

➤ EXERCÍCIOS

1) Efetue as operações:

a) $1487 + 2365$

b) $65,47 + 54,78$

c) $4,589 + 458,7$

d) $495 - 387$

e) $265 - 7342$

f) $33,56 - 23,27$

g) $26 - 0,035$

h) $87,5 - 97,54$

i) $28 - (-34) + 63 + (-3)$

j) $(-5) + (-3) - (-9)$

2) Efetue a operação de multiplicação:

a) $12 \cdot 42$

b) $1,8 \cdot 2,3$

c) $(-8,4) \cdot 5,7$

d) $(-3,2) \cdot (-2,8)$

e) $34,78 \cdot 6,332$

f) $9,6 \cdot (-4,1)$

3) Efetue as operações de divisão:

a) $456 \div 3$

b) $(-56) \div 4$

c) $(-15) \div (-3)$

d) $6 \div 5$

e) $(-87) \div (-8)$

f) $56 \div 3$

g) $0 \div 32$

h) $8936 \div 0$

4) Efetue as operações de potenciação abaixo:

a) 3^6

b) 10^5

c) 5^0

d) 0^5

e) 1^5

f) $(-3)^2$

g) $(-4)^3$

h) $(-1)^{10672}$

i) $(-1)^{23457}$

j) $(-78)^0$

k) $(-54)^1$

3- DECOMPOSIÇÃO EM NÚMEROS PRIMOS E MMC

3.1- Números primos

São os números naturais que têm **apenas dois divisores diferentes**: o 1 e ele mesmo.

Exemplos:

a) **2** tem apenas os divisores **1** e **2**, portanto **2** é um número primo.

b) **17** tem apenas os divisores **1** e **17**, portanto **17** é um número primo.

c) **10** tem os divisores **1, 2, 5** e **10**, portanto **10 não** é um número primo.

3.2- Decomposição de um número inteiro em números primos ou FATORAÇÃO

Para realizarmos a decomposição de um número em fatores primos, devemos procurar pelo menor número primo capaz de dividi-lo (divisão exata) e realizarmos a sua divisão por este número enquanto for possível. Depois devemos procurar pelo próximo número primo capaz de dividi-lo e continuar neste procedimento até que o quociente da divisão resulte em **1**. Neste momento teremos todos os fatores primos que compõe tal número.

Tomemos como exemplo o número **360**. O primeiro número primo capaz de dividi-lo é o número **2**:

$$\begin{array}{r|l} 360 & 2 \\ 180 & \end{array}$$

Note que à esquerda da barra colocamos o número que estamos fatorando e todos os quocientes que vamos encontrando durante o processo. À direita dela, vamos colocando todos os divisores primos que causam a divisão exata.

O quociente **180** ainda é divisível por **2**, por isto ele será utilizado novamente como divisor:

$$\begin{array}{r|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & \end{array}$$

90 continua sendo divisível por **2**, logo dividimos novamente por **2**:

$$\begin{array}{r|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & \end{array}$$

45 não é mais divisível por **2** e o próximo número primo capaz de dividi-lo sem deixar resto é o número **3**:

$$\begin{array}{r|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & \end{array}$$

15 também é divisível por **3**:

$$\begin{array}{r|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & \end{array}$$

5 não é divisível por **3** e o próximo número primo capaz de dividi-lo é o próprio número **5**:

$$\begin{array}{r|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Neste momento chegamos finalmente ao quociente **1**. Temos então que o número **360** pode ser decomposto nos seguintes fatores primos:

2.2.2.3.3.5.

Podemos dizer então que: **$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$** .

Veja mais exemplos:

$$\begin{array}{r|l} \text{a) } 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$\begin{array}{r|l} \text{b) } 693 & 3 \\ 231 & 3 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$693 = 3^2 \times 7 \times 11$$

$$\begin{array}{r|l} \text{c) } 975 & 5 \\ 195 & 5 \\ 39 & 3 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

$$975 = 5^2 \times 3 \times 13$$

➤ **EXERCÍCIO**

5) Decomponha em fatores primos os seguintes números

- | | |
|--------|---------|
| a) 180 | e) 605 |
| b) 220 | f) 616 |
| c) 320 | g) 1008 |
| d) 308 | h) 1210 |

3.3- Mínimo múltiplo comum

O mínimo múltiplo comum, ou MMC, de dois ou mais números inteiros é o menor múltiplo inteiro positivo comum a todos eles. Por exemplo, o MMC de 6 e 8 é o 24, e denotamos isso por **MMC 6, 8 = 24**. Já o MMC de 5, 6 e 8 é o 120, o que é denotado por **MMC (5, 6, 8) = 120**.

3.3.1- O procedimento geral para o cálculo do MMC

O procedimento geral para o cálculo do MMC envolve a decomposição primária de cada número. Por exemplo, para calcular o MMC de 8, 12 e 28, fazemos o seguinte:

a) Realizamos a decomposição primária de cada número:

$$\begin{aligned}8 &= 2^3 \\12 &= 2^2 \cdot 3^1 \\28 &= 2^2 \cdot 7^1\end{aligned}$$

b) Em seguida, multiplicamos cada fator primo elevado à maior potência com que aparece nas fatorações. O resultado é o MMC procurado:
 $\text{MMC}(8, 12, 28) = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 7^1 = 168$

3.3.2 Dispositivo prático para calcular o MMC de dois ou mais números

O procedimento acima tem a seguinte forma prática de execução:

a) Alinhamos os três números, 8, 12 e 28, e dividimos todos os números que podem ser divididos pelo primeiro primo 2. Na linha de baixo anotamos cada quociente obtido:

$$\begin{array}{ccc|c}8 & 12 & 28 & 2 \\4 & 6 & 14 & \end{array}$$

b) Repetimos esse procedimento sucessivamente com o 2, depois com o 3 e, depois com o 7, até que a última linha só contenha algarismos 1:

$$\begin{array}{ccc|c}8 & 12 & 28 & 2 \\4 & 6 & 14 & 2 \\2 & 3 & 7 & 2 \\1 & 3 & 7 & 3 \\1 & 1 & 7 & 7 \\1 & 1 & 1 & \end{array}$$

c) Agora, multiplicamos todos os fatores primos na coluna da direita, obtendo o MMC procurado:

$$\text{MMC}(8, 12, 28) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 168$$

Obs.: Propriedade fundamental do MMC:

Todo múltiplo comum de dois ou mais números inteiros é múltiplo do MMC destes números.

Exemplo: os múltiplos comuns positivos de 8, 12 e 28 são exatamente os múltiplos positivos de 168, o seu MMC, ou seja, são 168, 336, 504,...

Exemplo: encontre o menor número inteiro positivo de três algarismos que é divisível, ao mesmo tempo, por 3, 4 e 15.

Solução: pela propriedade fundamental do MMC, o número desejado será o menor número de três algarismos múltiplo do MMC de 3, 4 e 15. Como $\text{MMC}(3, 4, 15) = 60$, então o menor múltiplo de três algarismos é o 120.

Outros exemplos:

MMC (8, 12, 15)

8, 12, 15	2
4, 6, 15	2
2, 3, 15	2
1, 3, 15	3
1, 1, 5	5
1, 1, 1	

$$\text{MMC}(8, 12, 15) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$$

MMC (16, 33, 14)

16, 33, 14	2
8, 33, 7	2
4, 33, 7	2
2, 33, 7	2
1, 33, 7	3
1, 11, 7	7
1, 11, 1	11
1, 1, 1	

$$\text{MMC}(16, 33, 14) = 2^4 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 = 2464$$

➤ **EXERCÍCIOS**

6) Usando a decomposição em fatores primos, determine:

a) m.m.c (10, 12)

b) m.m.c. (6, 10, 15)

c) m.m.c. (14, 21, 30)

d) m.m.c. (100, 150, 200)

e) m.m.c. (70, 110)

f) m.m.c. (30, 75)

g) m.m.c. (18, 60)

h) m.m.c. (21, 35, 84)

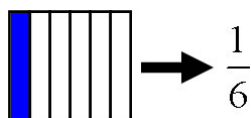
i) m.m.c. (66, 102)

j) m.m.c. (90, 36, 54)

k) m.m.c. (48, 20, 40, 36)

4- FRAÇÕES

Fração é considerada parte de um inteiro, que foi dividido em partes exatamente iguais. As frações são escritas na forma de números e na forma de desenhos. Observe alguns exemplos:

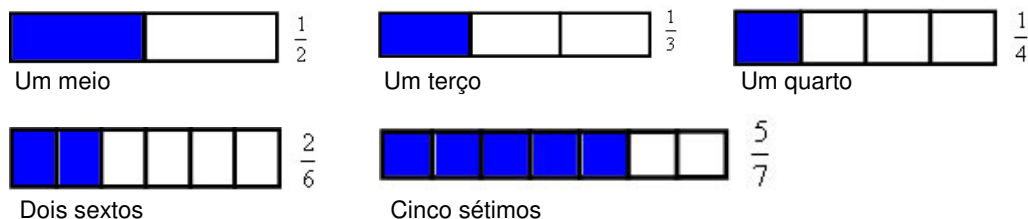


O inteiro foi dividido em 6 partes, onde 1 delas foi pintada.

Na fração, a parte de cima é chamada de numerador, e indica quantas partes do inteiro foram utilizadas. A parte de baixo é chamada de denominador, e indica a quantidade máxima de partes em que foi dividido o inteiro.

$$\frac{2}{5} \rightarrow \frac{\text{NUMERADOR}}{\text{DENOMINADOR}}$$

Observe a leitura e a representação das seguintes frações.



Quando o denominador da fração é 10, 100 ou 1000, a fração deve ser escrita utilizando décimos, centésimos e milésimos. Observe:

$$\frac{4}{10} \quad \frac{4}{100} \quad \frac{4}{1000}$$

Quatro décimos Quatro centésimos Quatro milésimos

Nas situações em que o denominador é maior que 10, escrevemos a palavra avos junto ao nome da fração.

$$\frac{2}{13} \quad \frac{5}{19}$$

Dois - treze avos Cinco - dezenove avos

4.1- Adição e subtração de frações

As adições e subtrações de frações devem respeitar duas condições de operações:

1ª condição: denominadores iguais.

Quando os denominadores são iguais, os numeradores devem ser somados ou subtraídos de acordo com os sinais operatórios e o valor do denominador mantido. Observe os exemplos:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{2}{3} + \frac{4}{3} &= \frac{2+4}{3} = \frac{6}{3} = 2 & \text{c)} \quad -\frac{7}{2} - \frac{9}{2} - \frac{1}{2} &= \frac{-7-9-1}{2} = -\frac{17}{2} \\ \text{b)} \quad \frac{2}{5} + \frac{3}{5} - \frac{8}{5} &= \frac{2+3-8}{5} = \frac{5-8}{5} = -\frac{3}{5} & \text{d)} \quad \frac{21}{4} - \frac{19}{4} + \frac{31}{4} &= \frac{21-19+31}{4} = \frac{52-19}{4} = \frac{33}{4} \end{aligned}$$

2ª condição: denominadores diferentes.

Nas operações da adição ou subtração envolvendo números na forma de fração com denominadores diferentes, devemos criar um novo denominador através do cálculo do mínimo múltiplo comum – MMC dos denominadores fornecidos. O novo denominador deverá ser dividido pelos denominadores atuais, multiplicando o quociente pelo numerador correspondente, constituindo novas frações proporcionalmente iguais as anteriores e com denominadores iguais. Observe os cálculos:

$$\text{a)} \quad \frac{2}{3} + \frac{9}{4} = \frac{12 \div 3 \cdot 2}{12} + \frac{12 \div 4 \cdot 9}{12} = \frac{8+27}{12} = \frac{35}{12}$$

Realizar o MMC entre 3 e 4.

$$\begin{array}{r|l} 3, 4 & 2 \\ 3, 2 & 2 \rightarrow MMC = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12 \\ 3, 1 & 3 \\ 1, 1 & \end{array}$$

$$b) \frac{2}{5} + \frac{8}{9} - \frac{7}{12} = \frac{180 \div 5 \cdot 2}{180} + \frac{180 \div 9 \cdot 8}{180} - \frac{180 \div 12 \cdot 7}{180} = \frac{72 + 160 - 105}{180} = \frac{127}{180}$$

Realizar o MMC entre 5, 9 e 12.

$$\begin{array}{l|l} 5, 9, 12 & 2 \\ 5, 9, 6 & 2 \\ 5, 9, 3 & 3 \\ 5, 3, 1 & 3 \\ 5, 1, 1 & 5 \\ 1, 1, 1 & \end{array} \rightarrow MMC = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 180$$

$$c) -\frac{12}{15} - \frac{14}{20} = -\frac{60 \div 15 \cdot 12}{60} - \frac{60 \div 20 \cdot 14}{60} = -\frac{48}{60} - \frac{42}{60} = -\frac{90}{60} = -\frac{3}{2}$$

Realizar o MMC entre 15 e 20.

$$\begin{array}{l|l} 15, 20 & 2 \\ 15, 10 & 2 \\ 15, 5 & 3 \\ 5, 1 & 5 \\ 1, 1 & \end{array} \rightarrow MMC = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

4.2 Multiplicação de frações

A multiplicação de frações é muito simples, basta multiplicarmos numerador por numerador e denominador por denominador, respeitando suas posições. Observe:

$$a) \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$$

$$b) \frac{6}{11} \times \frac{9}{5} = \frac{6 \times 9}{11 \times 5} = \frac{54}{55}$$

$$c) \frac{13}{5} \times \frac{10}{3} = \frac{13 \times 10}{5 \times 3} = \frac{130}{15} \rightarrow \text{simplificando: } \frac{130 \div 5}{15 \div 5} = \frac{26}{3}$$

4.3- Divisão de frações

A divisão deve ser efetuada aplicando uma regra prática e de fácil assimilação, que diz: “repetir a primeira fração e multiplicar pelo inverso da segunda”.

$$a) \frac{9}{2} \div \frac{7}{4} = \frac{9}{2} \times \frac{4}{7} = \frac{36}{14} \rightarrow \text{simplificando: } \frac{36 \div 2}{14 \div 2} = \frac{18}{7}$$

$$b) \frac{8}{3} \div \frac{5}{9} = \frac{8}{3} \times \frac{9}{5} = \frac{72}{15} = \frac{24}{5}$$

$$c) \frac{12}{5} \div \frac{6}{7} = \frac{12}{5} \times \frac{7}{6} = \frac{84}{30} = \frac{14}{5}$$

Muitas vezes encontraremos a divisão de frações na forma de frações de frações:

$$a) \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{7}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 5} = \frac{14}{15}$$

$$b) \frac{\frac{3}{7}}{\frac{2}{1}} = \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 1}{7 \cdot 2} = \frac{3}{14}$$

$$c) \frac{\frac{6}{5}}{\frac{8}{8}} = \frac{6}{5} \cdot \frac{8}{1} = \frac{6 \cdot 8}{1 \cdot 5} = \frac{48}{5}$$

4.4- Potenciação de frações

Considere uma fração qualquer $\frac{a}{b}$, com $b \neq 0$ e um número natural n

Temos que:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \dots \cdot \frac{a}{b}$$

Sabemos que a multiplicação de frações é feita multiplicando numerador com numerador e denominador com denominador. Assim, segue que:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}{b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot \dots \cdot b}$$

Observe que no numerador da fração resultante apareceram n fatores a e no denominador, n fatores b . Dessa forma, podemos reescrever a expressão anterior da seguinte maneira:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Seguem alguns exemplos para melhor compreensão:

$$a) \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$$

$$b) \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{2^4}{5^4} = \frac{16}{625}$$

$$c) \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{1^5}{3^5} = \frac{1}{243}$$

4.5- Expoente negativo

Se ocorrer de o expoente ser um número negativo, a potenciação é feita da seguinte forma:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$$

Exemplo: Determine o valor de cada potência abaixo:

$$a) \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{4^2}{3^2} = \frac{16}{9}$$

$$c) \left(\frac{1}{5}\right)^{-4} = \left(\frac{5}{1}\right)^4 = \frac{5^4}{1^4} = \frac{625}{1} = 625$$

$$b) \left(\frac{7}{10}\right)^{-3} = \left(\frac{10}{7}\right)^3 = \frac{10^3}{7^3} = \frac{1000}{343}$$

$$d) \left(\frac{11}{10}\right)^{-1} = \left(\frac{10}{11}\right)^1 = \frac{10}{11}$$

5. EQUAÇÕES

Observe a balança:



A balança está equilibrada. No prato esquerdo há um "peso" de 2kg e duas melancias com "pesos" iguais. No prato direito há um "peso" de 14kg.

$$2 \text{ melancias} + 2kg = 14kg$$

Quanto pesa cada melancia?

Usaremos uma letra qualquer, por exemplo, x , para simbolizar o peso de cada melancia. Assim, a equação poderá ser escrita, do ponto de vista matemático, como:

$$2 \cdot x + 2 = 14$$

Para resolver um problema matemático, quase sempre devemos transformar uma sentença apresentada com palavras em uma sentença que esteja escrita em linguagem matemática. Esta é a parte mais importante e talvez seja a mais difícil da Matemática.

Sentença com palavras	Sentença matemática
$2 \text{ melancias} + 2Kg = 14Kg$	$2x + 2 = 14$

Normalmente aparecem letras conhecidas como variáveis ou incógnitas. A partir daqui será necessário conhecer o valor de algo desconhecido, que é o objetivo do estudo de equações.

Exemplos:

a) Um caminhão pode transportar sem danos até 50 toneladas de laranja em uma viagem, mas a produção da fazenda foi tão alta que mesmo dividindo a quantidade de laranjas pela metade e retirando ainda 4 toneladas, foi possível fazer a primeira viagem. Obs.: toneladas são abreviadas por ton.

Sentença com palavras	Sentença matemática
$\frac{\text{produção}}{2} - 4 \text{ ton} = 50 \text{ ton}$	$\frac{x}{2} - 4 = 50$

b) O frete para emitir uma mercadoria é de R\$14,00. Um comerciante quer receber 3 mercadorias de uma vez para pagar apenas um frete. O preço total a ser pago é de

R\$80,00. Quanto deve ser o valor mínimo (sem lucros) da mercadoria a ser repassado para o consumidor?

Sentença com palavras	Sentença matemática
$3 \text{ mercadorias} + R\$14,00 = R\$80,00$	$3x + 14 = 80$

5.1- Raiz de uma equação

Um dado número é chamado de raiz da equação quando este torna a igualdade verdadeira. O número que substitui a variável x tornando a equação verdadeira é 2, logo 2 é a raiz da equação $x+3 = 5$.

$$x + 3 = 5$$

$$2 + 3 = 5$$

Exemplos:

a) Verifique se 5 é raiz da equação $2 \cdot x - 3 = 7$

$$2x - 3 = 7$$

↓

$$2 \cdot 5 - 3 = 7$$

$$10 - 3 = 7$$

$$7 = 7 \text{ (verdadeira)}$$

Logo 5 é raiz da equação

b) Verificar se -2 é raiz da equação $4 \cdot x + 6 = 3$

$$4 \cdot x + 6 = 3$$

↓

$$4 \cdot (-2) + 6 = 3$$

$$-8 + 6 = 3$$

$$-2 = 3 \text{ (falsa)}$$

Logo -2 não é raiz da equação

5.2- Solução de uma equação do primeiro grau

Podemos ver que toda equação tem:

Uma ou mais letras indicando valores desconhecidos, que são denominadas **variáveis ou incógnitas**;

Um sinal de igualdade, denotado por $=$.

Uma expressão à esquerda da igualdade, denominada **primeiro membro** Uma expressão à direita da igualdade, denominada **segundo membro**

A letra x é a incógnita da equação $2 \cdot x + 2 = 14$

$2x = 2$	=	14
1º membro	sinal de igualdade	2º membro

Para resolver essa equação, utilizamos o seguinte processo para obter o valor de x, tentando deixá-lo isolado no primeiro membro.

$2x + 2 = 14$	Equação original
$2x + 2 - 2 = 14 - 2$	Subtraímos 2 dos dois membros
$2x = 2$	Dividimos por 2 os dois membros
$x = 6$	Solução

Obs.: Quando adicionamos (ou subtraímos) valores iguais em ambos os membros da equação, ela permanece em equilíbrio. Da mesma forma, se multiplicamos ou dividimos ambos os membros da equação por um valor não nulo, a equação permanece em equilíbrio. Este processo nos permite resolver uma equação, ou seja, permite obter as **raízes da equação**.

Exemplos:

a) A soma das idades de André e Carlos é 22 anos. Descubra as idades de cada um deles, sabendo-se que André é 4 anos mais novo do que Carlos.

Solução: Primeiro passamos o problema para a linguagem matemática. Vamos tomar a letra c para a idade de Carlos e a letra a para a idade de André.

Como Carlos é 4 anos mais novo que André: $a = c - 4$

$$c + a = 22 \text{ (no lugar de a escrevemos } c - 4)$$

$$c + (c - 4) = 22 \text{ eliminando o parêntese:}$$

$$c + c - 4 = 22$$

chegamos a uma equação cuja incógnita é c. Para resolver – la tentamos eliminar do 1º membro todos os números e isolar a letra c

$$2 \cdot c - 4 = 22$$

$$2 \cdot c - 4 = 22$$

$$2 \cdot c - 4 + 4 = 22 + 4 \text{ (somando 4 nos dois membros)}$$

$$2 \cdot c = 26 \text{ (dividindo ambos os membros por 2)}$$

$$c = 13$$

****Resposta:** Carlos tem 13 anos e André tem $13 - 4 = 9$ anos.

b) Resolva a equação:

$$\frac{3x - 5}{2} - \frac{x - 2}{5} = 7$$

✓ tiramos o mmc dos denominadores MMC (2,5) = 10

✓ multiplicamos ambos os membros pelo MMC obtido:

$$10 \cdot \left(\frac{3x-5}{2} - \frac{x-2}{5} \right) = 10 \cdot 7 \rightarrow \text{Distribuindo 10 para os termos do 1º membro:}$$

$$10 \cdot \left(\frac{3x-5}{2} \right) - 10 \cdot \left(\frac{x-2}{5} \right) = 70 \rightarrow \text{Eliminando os parênteses:}$$

$$\frac{30x - 50}{2} - \frac{10x - 20}{5} = 70 \rightarrow \text{Parcelando as frações:}$$

$$\frac{30x}{2} - \frac{50}{2} - \frac{10x}{5} + \frac{20}{5} = 70$$

$$15x - 25 - 2x + 4 = 70 \rightarrow \text{Reagrupando parcelas com incógnitas e sem incógnitas:}$$

$$\underbrace{15x - 2x}_{13x} - \underbrace{25 + 4}_{-21} = 70$$

$$13x - 21 = 70 \rightarrow \text{Somando ambos os membros por 21:}$$

$$13x - 21 + 21 = 70 + 21$$

$$13x = 91 \rightarrow \text{dividindo ambos os membros por 13}$$

$$x = 7$$

6- PORCENTAGEM

A **porcentagem** é uma das áreas da matemática mais conhecidas. Ela é utilizada praticamente em todas as áreas, para comparar grandezas, capitalizar empréstimos e aplicações, expressar índices inflacionários e deflacionários, descontos, aumentos, taxas de juros, estimar o crescimento de algo, sendo utilizada até mesmo sem percebermos, como por exemplo:

- a) A gasolina teve um aumento de 15%
Significa que em cada R\$100 houve um acréscimo de R\$15,00.
- b) O cliente recebeu um desconto de 10% em todas as mercadorias.
Significa que em cada R\$100 foi dado um desconto de R\$10,00.
- c) Dos jogadores que jogam no Grêmio, 90% são craques.
Significa que em cada 100 jogadores que jogam no Grêmio, 90 são craques.

Os **números percentuais** possuem representações na forma de fração centesimal (denominador igual a 100) e, quando escritos de maneira formal, devem aparecer na presença do **símbolo de porcentagem (%)**. Também podem ser escritos na forma de número decimal. Observe os números a seguir, que serão demonstrados por meio das três formas possíveis:

Porcentagem	Razão centesimal	Número decimal
1%	$\frac{1}{100}$	0,01
5%	$\frac{5}{100}$	0,05
7,2%	$\frac{7,2}{100}$	0,072
12%	$\frac{12}{100}$	0,12
13,21%	$\frac{13,21}{100}$	0,1321
20%	$\frac{20}{100}$	0,20
32%	$\frac{32}{100}$	0,32
81%	$\frac{81}{100}$	0,81
100%	$\frac{100}{100}$	1
115%	$\frac{115}{100}$	1,15
320%	$\frac{320}{100}$	3,2
1200%	$\frac{1200}{100}$	12

As porcentagens podem ser utilizadas quando queremos expressar que uma quantidade é uma parte de outra, por exemplo:

Imagine que um produto que custava R\$ 80,00 foi vendido a vista, com 5% de desconto. Esse desconto de 5% de R\$ 80,00 significa 5 partes das 100 em que 80 foi dividido, ou seja, R\$ 80,00 será dividido em 100 partes, e o desconto será igual a 5 partes dessa divisão. Esse problema poderia ser resolvido de duas maneiras:

1º-

$$5\% \text{ de R\$ } 80,00 = \frac{5}{100} \cdot 80 = 0,05 \cdot 80 = 4$$

Portanto, 5% de R\$ 80,00 será R\$ 4,00. E esse será o valor a ser descontado.

2º- Podemos usar, também, a seguinte proporção:

$$\begin{cases} 100\% \rightarrow 80 \\ 5\% \rightarrow x \end{cases} \rightarrow 100x = 80 \cdot 5 \quad \therefore 100x = 400 \quad \therefore x = \frac{400}{100} \quad \therefore x = 4$$

** Uma dica importante: o **FATOR DE MULTIPLICAÇÃO**:

Se, por exemplo, há um acrécimo de 10% a um determinado valor, podemos calcular o novo valor apenas multiplicando esse valor por **1,10**, que é o fator de multiplicação. Se o acréscimo for de 20%, multiplicamos por **1,20**, e assim por diante. Veja a tabela abaixo:

Acrécimo ou Lucro	Fator de Multiplicação
10%	1,10
15%	1,15
20%	1,20
47%	1,47
67%	1,67

Exemplo: Aumentando 10% no valor de R\$10,00 temos: $10 \cdot 1,10 = \text{R\$ } 11,00$

No caso de haver um decrécimo, o fator de multiplicação será:

Fator de Multiplicação = $1 - \text{taxa de desconto (na forma decimal)}$

Veja a tabela abaixo:

Desconto	Fator de Multiplicação
10%	0,90
25%	0,75
34%	0,66
60%	0,40
90%	0,10

Exemplo: Descontando 10% no valor de R\$10,00 temos: $10 \cdot 0,90 = \text{R\$ } 9,00$

➤ **EXERCÍCIOS**

7) Resolva as equações:

a) $2x + 4 = 10$

b) $5k - 12 = 20$

c) $2y + 15 - y = 22$

d) $10x + 16 = 14X + 8$

e) $2(x - 3) = -3(x - 3)$

f) $4(5x - 3) - 64(3 - x) - 3(12x - 4) = 96$

g) $5(x + 1) + 6(x + 2) = 9(x + 3)$

8) Uma casa com 260m^2 de área construída possui 3 quartos de mesmo tamanho. Qual é a área de cada quarto, se as outras dependências da casa ocupam 140m^2 ?

X	140 M ²
X	
X	

9) Resolva as equações abaixo, cujas incógnitas estão em ambos os membros:

a) $9h - 2 = 16 + 2h$

b) $4 - 2m = 1 + m$

10) Resolva as equações com termos fracionários:

a) $\frac{x+3}{2} + 6 = 10$

b) $\frac{2x+5}{3} - \frac{x-4}{2} = 4$

c) $5\left(\frac{x+4}{3}\right) - \frac{7x}{2} = x + 1$

d) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 14$

e) $x + \frac{x}{2} + \frac{3x}{4} = 18$

f) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = \frac{7+2x}{3}$

g) $\frac{3x-2}{4} - \frac{4-x}{2} = 2x - \frac{7x-2}{3}$

11) Qual é o número cujo dobro somado com 5 é igual ao seu triplo menos 19.

12) O dobro de um número, mais cinco unidades é 27. Qual é esse número?

13) O triplo de um número aumentado de sua terça parte é igual a 60. Qual é esse número?

14) (CESPE/UnB-Adaptada) Um motorista, após ter enchido o tanque de seu veículo, gastou $\frac{1}{5}$ da capacidade do tanque para chegar à cidade A; gastou mais 28 L para ir da cidade A até a cidade B; sobrou, no tanque, uma quantidade de combustível que corresponde a $\frac{1}{3}$ de sua capacidade. Quando o veículo chegou à cidade B, havia, no tanque menos de:

a) 10l

b) 15l

c) 18l

d) 20l

e) 21l

15) Um atirador ganha 4 pontos por tiro acertado no alvo e paga a metade, por multa, cada vez que erra. Após 32 tiros, tinha 86 pontos. Calcule quantos tiros acertou.

16) (CAED) Em uma determinada cidade, o preço da passagem de ônibus subiu de R\$ 2,00 para R\$ 2,22. Qual foi o percentual de aumento no preço dessa passagem?

- a) 10,0% b) 10,1% c) 11,0% d) 22,0%

17) (ENEM 2016) Nas construções prediais são utilizados tubos de diferentes medidas para a instalação da rede de água. Essas medidas são conhecidas pelo seu diâmetro, muitas vezes medido em polegada. Alguns desses tubos, com medidas em polegada, são os tubos de $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$ e $\frac{5}{4}$.

Colocando os valores dessas medidas em ordem crescente, encontramos:

- a) $\frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{5}{4}$ c) $\frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \frac{5}{4}$ e) $\frac{5}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}$
b) $\frac{1}{2}, \frac{5}{4}, \frac{3}{8}$ d) $\frac{3}{8}, \frac{5}{4}, \frac{1}{2}$

18) (ENEM 2013). Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras.

Um cliente deseja comprar um produto que custava R\$50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja. Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de:

- a) 15,00
b) 14,00
c) 10,00
d) 5,00
e) 4,00

19) (CAED) Kátia comprou uma TV cujo preço à vista é R\$ 1.000,00. Ela pagou R\$ 400,00 no ato da compra e o restante financiou na própria loja, para pagar em uma única parcela, um mês após a compra.

Essa loja cobra em seus financiamentos juros de 10% ao mês sobre o saldo devedor.

O valor da parcela paga por Kátia um mês após a compra foi:

- a) R\$ 440,00
b) R\$ 560,00
c) R\$ 600,00
d) R\$ 660,00

20) (CAED) Em uma indústria, trabalham 720 funcionários, dos quais 450 são homens. Nessa indústria, o percentual de funcionários do sexo feminino é:

- a) 27% b) 37,5% c) 55% d) 62,5%

GABARITO

1)

- | | | | | |
|-----------|------------|------------|------------|--------|
| a) 3852 | c) 463,289 | e) -7077 | g) 22,965 | i) 122 |
| b) 120,25 | d) 108 | f) 190,29 | h) $-0,04$ | j) 1 |

2)

- | | | |
|---------|-------------|--------------|
| a) 1722 | c) $-47,88$ | e) 220,22696 |
| b) 4,14 | d) 8,92 | f) 39,36 |

3)

- | | | | |
|--------|--------|--------------|----------------------|
| a) 152 | c) 5 | e) 10,857 | g) 0 |
| b) 14 | d) 1,2 | f) 18,666... | h) <i>não existe</i> |

4)

- | | | | |
|-----------|---------|----------|----------|
| a) 729 | d) 0 | g) -64 | j) 1 |
| b) 100000 | e) 1 | h) 1 | k) -54 |
| c) 1 | f) $+9$ | i) -1 | |

5)

- | | | | |
|----------------------------|---------------------------|---------------------------|----------------------------|
| a) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ | c) $2^6 \cdot 5$ | e) $5 \cdot 11^2$ | g) $2^4 \cdot 3^2 \cdot 7$ |
| b) $2^2 \cdot 5 \cdot 11$ | d) $2^2 \cdot 7 \cdot 11$ | f) $2^3 \cdot 7 \cdot 11$ | h) $2 \cdot 5 \cdot 11^2$ |

6)

- | | | | |
|--------|--------|---------|--------|
| a) 60 | d) 600 | g) 180 | j) 540 |
| b) 30 | e) 770 | h) 420 | k) 720 |
| c) 210 | f) 150 | i) 1122 | |

7)

- | | | | |
|-------------------|------|------|------|
| a) 3 | c) 7 | e) 3 | g) 5 |
| b) $\frac{32}{5}$ | d) 2 | f) 6 | |

8) $40m^2$

9) a) $\frac{18}{7}$

b) 1

10)

- | | | | |
|------|-------|-------|------|
| a) 5 | c) 2 | e) 8 | g) 2 |
| b) 2 | d) 24 | f) 14 | |

11) 24

16) C

12) 11

17) C

13) 18

18) E

14) E

19) D

15) 25 e 7

20) B

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DANTE. **Matemática**. Contexto e Aplicações. Volume único. Editora Ática. 2004.

GIOVANNI, José Ruy. BONJORNIO, José Roberto. **Matemática**: uma nova abordagem. Editora FTD, 2000. Vol. 1, 2,3.

MINAS GERAIS. SEEMG. (Org.). **Exames Supletivos**: Matemática e suas tecnologias. 2012. Disponível em: <[https://www.educacao.mg.gov.br/images/documentos/Matemática e suas Tecnologias.pdf](https://www.educacao.mg.gov.br/images/documentos/Matemática_e_suas_Tecnologias.pdf)>. Acesso em: 07 nov. 2017.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. "Números Opostos"; **Brasil Escola**. Disponível em <<http://brasilescola.uol.com.br/matematica/numeros-opostos.htm>>. Acesso em 15 de novembro de 2017.

SMOLE, Kátia Stocco. **Matemática**. Ensino Médio. Vol. I, II, III. Ed. Saraiva, 2003.

SILVA, Daniel Duarte da. **Porcentagem**. Disponível em: <<https://www.infoescola.com/matematica/porcentagem/>>. Acesso em: 16 nov. 2017.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. "Porcentagem"; **Brasil Escola**. Disponível em <<http://brasilescola.uol.com.br/matematica/porcentagem.htm>>. Acesso em: 16 de nov. 2017.

SÓ MATEMÁTICA (Brasil). **Porcentagem**. Disponível em: <<http://www.somatematica.com.br/fundam/percent.php>>. Acesso em: 08 nov. 2017.

SOUZA, Joamir. **Matemática**: Novo Olhar. Ensino Médio. Vol. 1, 2, 3. Ed. FTD. 2010.